

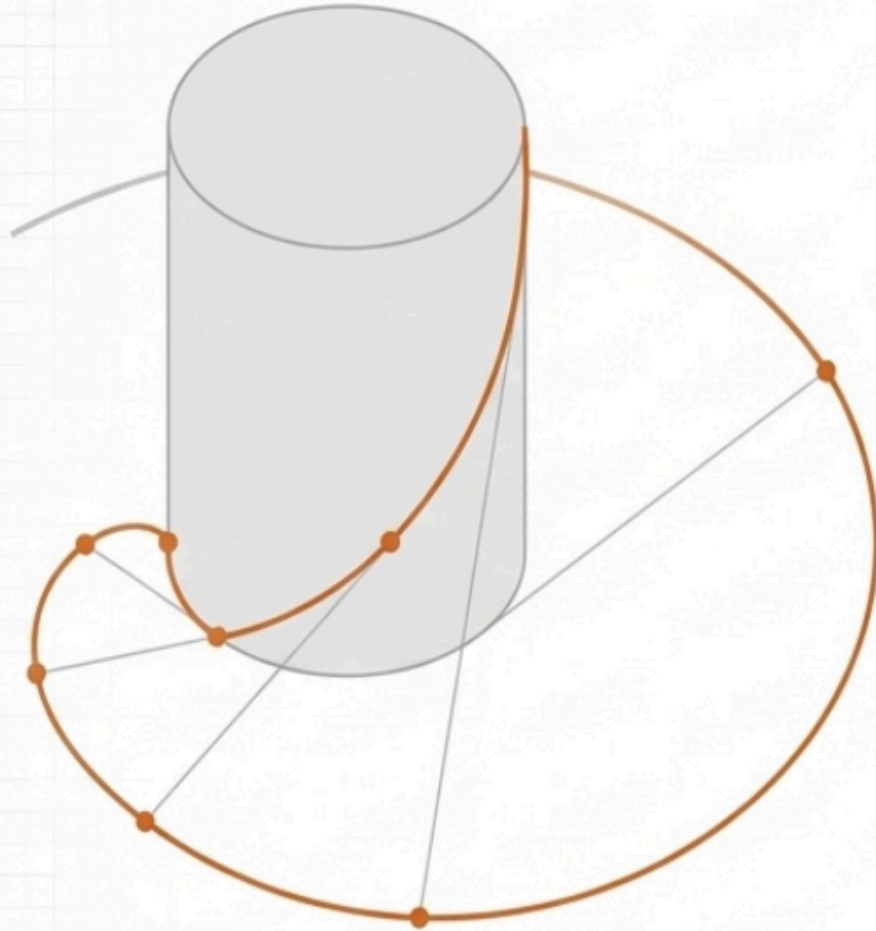
Engranajes rectos, resistencia y método de Lewis

Profesor: Ing. Israel Chaves Arbaiza

Curso: Elementos de Máquinas II

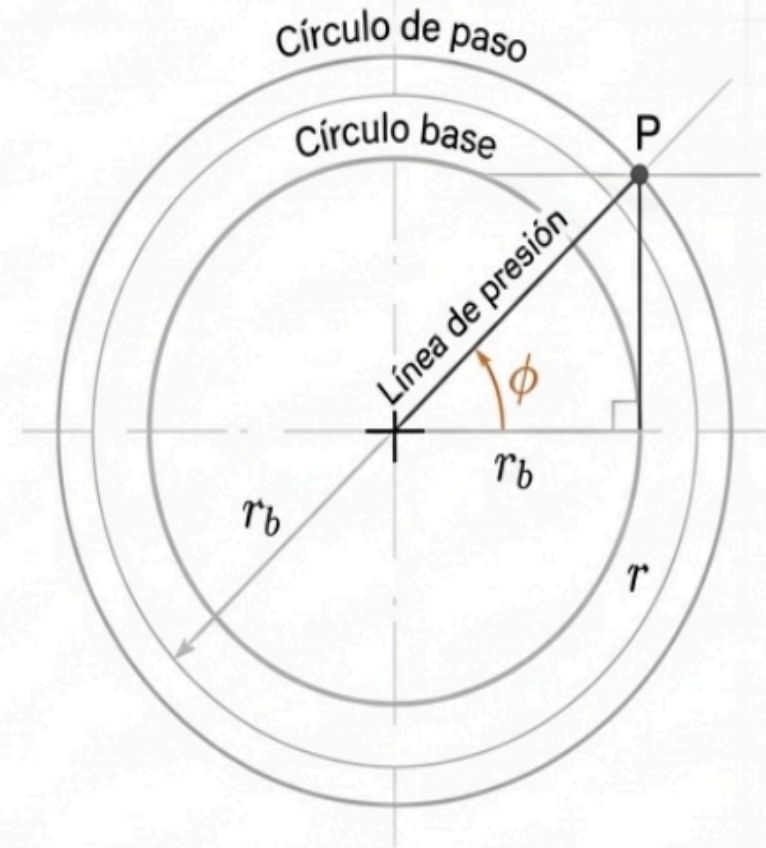


La Metáfora Física



La envolvente (involuta) es la curva trazada por el extremo de una cuerda tensa al desenrollarse de un cilindro (el círculo base).

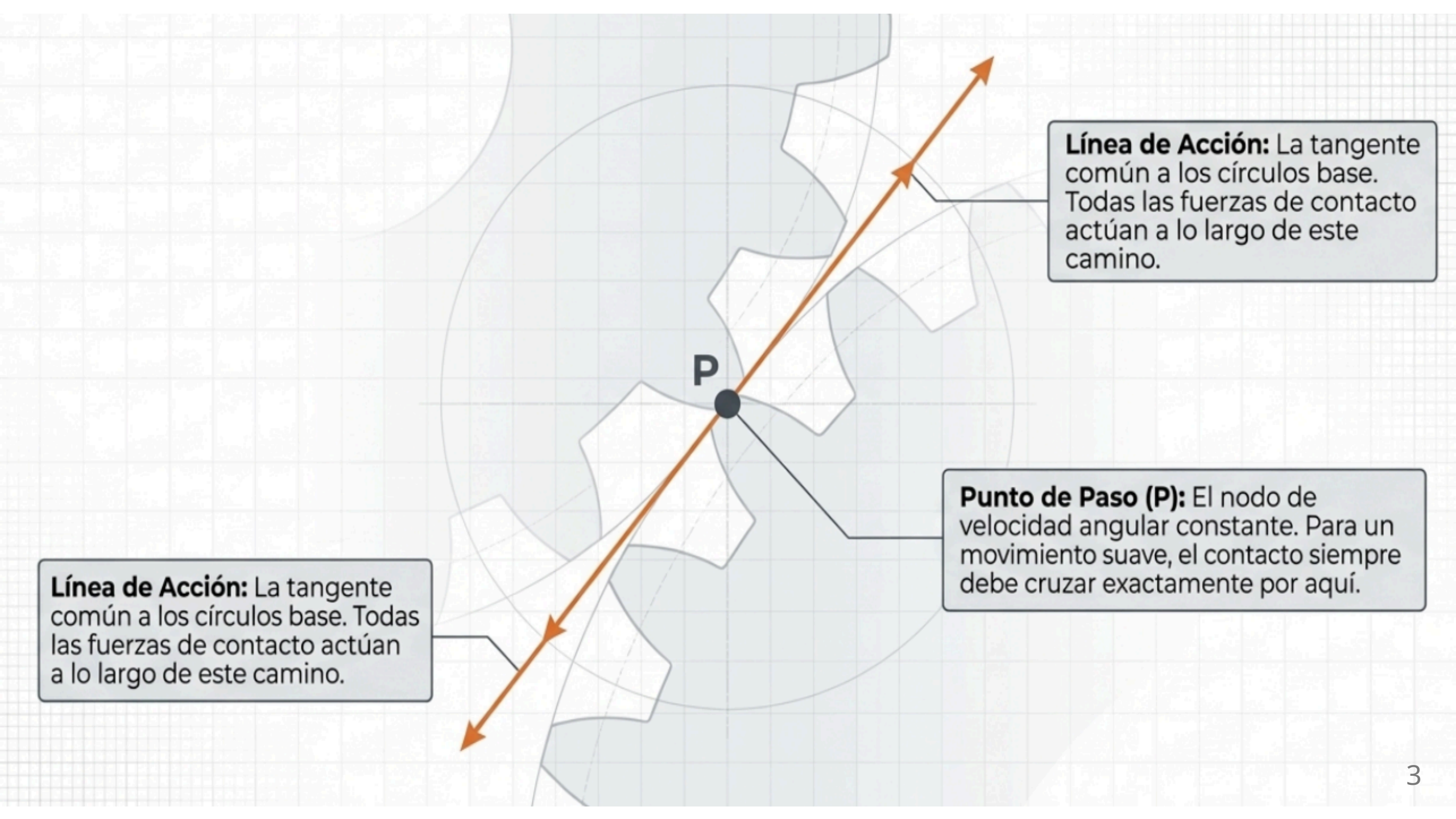
La Derivación Matemática



Equation Teardown

$$r_b = r \cos \phi$$

Radio base (cilindro) Radio de paso Ángulo de presión

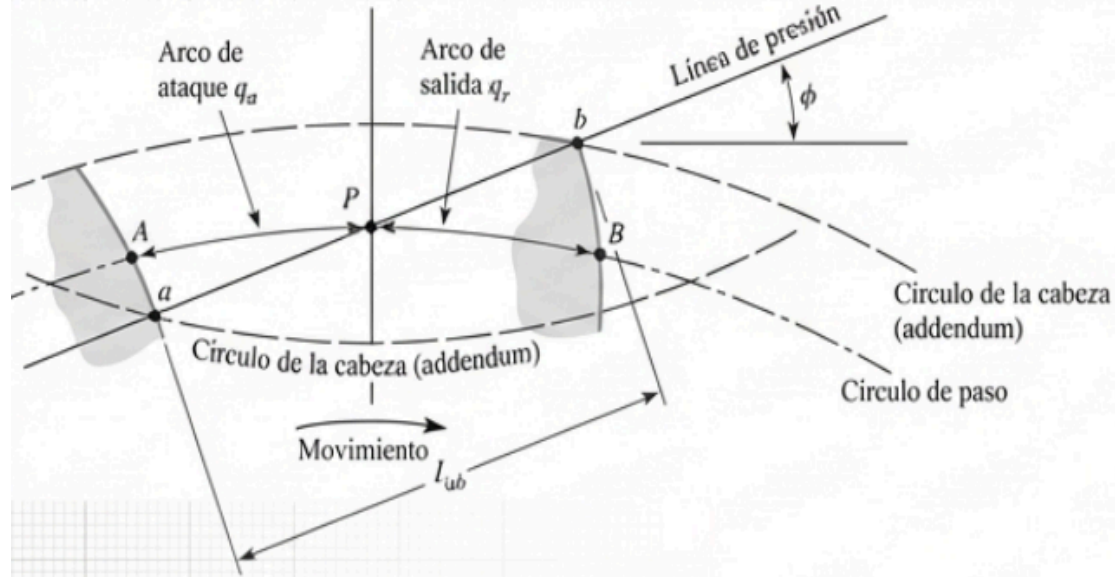


Línea de Acción: La tangente común a los círculos base. Todas las fuerzas de contacto actúan a lo largo de este camino.

Punto de Paso (P): El nodo de velocidad angular constante. Para un movimiento suave, el contacto siempre debe cruzar exactamente por aquí.

Línea de Acción: La tangente común a los círculos base. Todas las fuerzas de contacto actúan a lo largo de este camino.

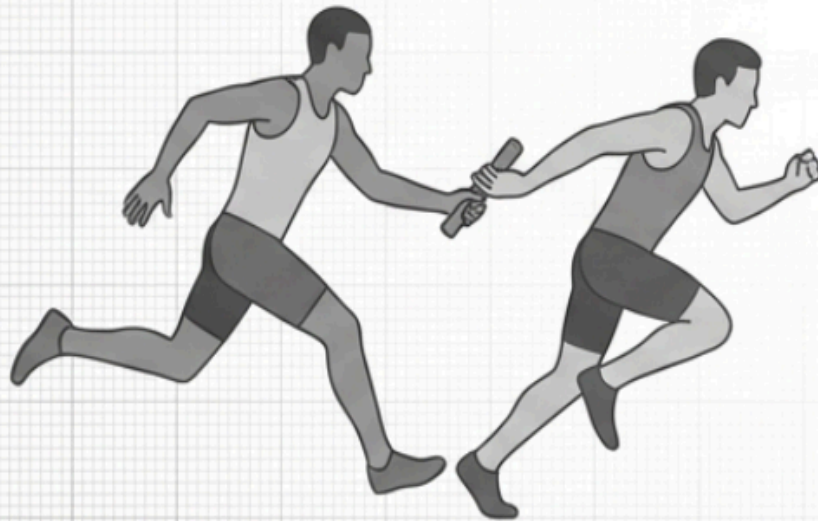
La Ciencia



$$m_c = \frac{L_{ab}}{p \cos \phi}$$

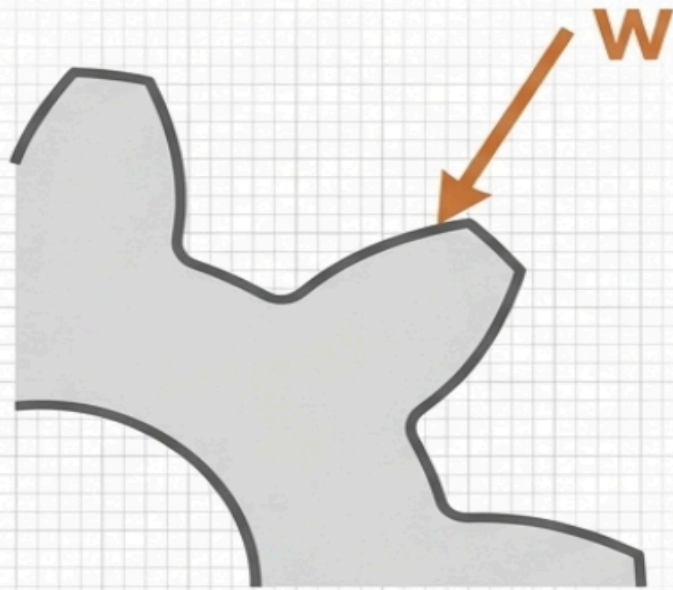
m_c representa el número promedio de dientes que comparten la carga simultáneamente.

La Metáfora

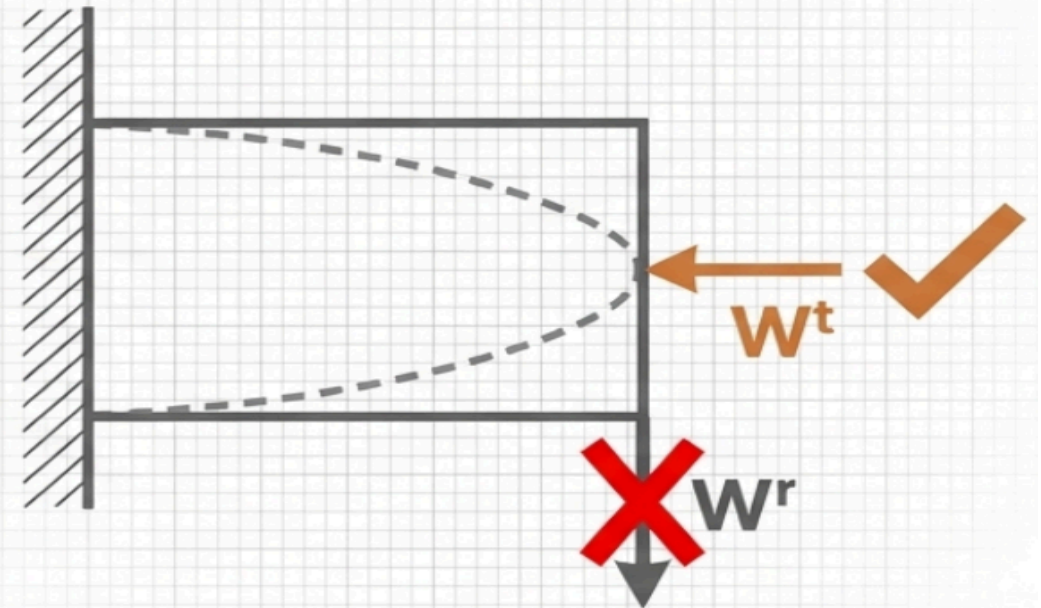


Regla de diseño: $m_c > 1.2$. Al igual que un corredor de relevos debe agarrar el testigo antes de que el anterior lo suelte, el siguiente par de dientes debe entrar en contacto antes de que el par anterior se separe para evitar impactos violentos.

El Problema



La Solución de Lewis



En 1892, Wilfred Lewis modeló un diente como una viga en voladizo, sujeta a flexión. La componente radial genera compresión **insignificante y se puede descartar**. Por tanto la componente W^t genera el momento flector crítico en la raíz.

sigma : Esfuerzo de flexión.
El esfuerzo máximo generado en la raíz del diente.

P : Paso diametral
Índice del tamaño físico de los dientes.

$$\sigma = \frac{W^t P}{F Y}$$

W^t : Carga tangencial
La fuerza de empuje útil transmitida.

F : Ancho de cara
El grosor del cuerpo del engrane.

Y : Factor de Forma de Lewis
Depende exclusivamente de la geometría pura (número de dientes y ángulo de presión).
Valores estandarizados, totalmente independientes del material o la velocidad.

$$\sigma = \frac{K_v W^t P}{F Y}$$



El Factor de Velocidad de Barth (K_v)

La fórmula original asume una carga estática perfecta. A medida que la velocidad (V) aumenta, las pequeñas inexactitudes de manufactura en la forma del diente generan aceleraciones dinámicas.

Carl G. Barth cuantificó empíricamente este multiplicador de estrés según la precisión del método de corte.

Factor de velocidad de Barth K_V

Dientes fundidos (cast) con V en pie/min

$$K_V = \frac{600 + V}{600}$$

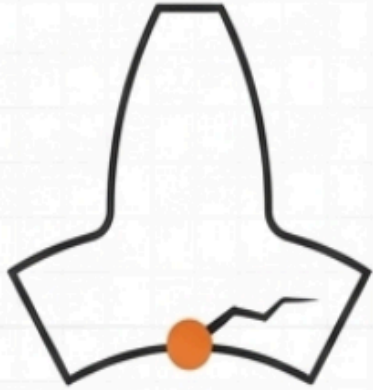
Dientes cortados/fresados (cut/milled) con V en pie/min

$$K_V = \frac{1200 + V}{1200}$$

A mayor velocidad, mayor es el factor, incrementando el esfuerzo inducido real.

Patología del Engrane: Modos de Falla

Rotura por Fatiga



Causa:

Esfuerzos repetidos de flexión (modelo clásico de la viga en voladizo).

Prevención:

Controlado manteniendo el esfuerzo máximo por debajo del límite de resistencia en la Ecuación de Lewis.

Picadura Superficial (Pitting)



Causa:

Esfuerzos hertzianos extremadamente altos por contacto puntual o lineal bajo presión constante.

Prevención:

Requiere análisis de fatiga superficial (falla de la superficie, no del núcleo estructural).

Impacto / Huelgo (Backlash)



Causa:

Deflexiones extremas, choque y separación brusca por holgura excesiva entre dientes.

Prevención:

Asegurar un diseño con relación de contacto $m_c > 1.2$ y tolerancias de montaje estrictas.

El Algoritmo de Lewis: Protocolo de Diseño

Paso 1: Geometría. Determinar Paso Diametral (P), Diámetro (d) y extraer el Factor de Forma (Y) tabular basado en el número de dientes.



Paso 2: Cinemática. Calcular la velocidad operativa en la línea de paso ($V = \pi d n / 12$).



Paso 3: Cargas. Extraer la Carga Tangencial transmitida (W^t) a partir de la potencia requerida.



Paso 4: Efectos Dinámicos. Seleccionar la ecuación de Barth apropiada para calcular el multiplicador K_v según la calidad de manufactura.



Paso 5: Evaluación. Calcular el Esfuerzo de Lewis modificado (σ). Confirmar que el límite de resistencia del material supera a σ con el factor de seguridad adecuado.

Guía de resolución 01: Cinemática y cargas

1. **Entradas del sistema:** se consideran las variables conocidas, potencia H , velocidad del motor n (rpm), diámetro de paso d , etc.
2. **Velocidad de línea de paso V :**

$$V = \frac{\pi d n}{12} [\text{pie}/\text{min}] \quad \text{ó} \quad V = \frac{\pi d n}{60000} [\text{m}/\text{s}] \quad (d \text{ en } \text{mm})$$

3. **Carga transmitida W_t :**

$$W_t = \frac{33000H}{V} [\text{lb}f] \quad \text{ó} \quad W_t = \frac{60000H}{\pi d n} [\text{kN}]$$

Este proceso transforma la potencia/torque en la fuerza líneal pura W_t que dobla el diente

Guía de resolución 02: Esfuerzo y seguridad

4. **Factores geométricos y dinámicos:** determinar Y de la tabla 14-2, y calcular el factor de Barth (K_V), basado en la velocidad V y el tipo de manufactura

5. **Aplicar ecuación de Lewis:**

$$\sigma = \frac{K_V W_t P}{F Y}$$

6. **Evaluación del diseño:**

$$n = \frac{S_y}{\sigma}$$

Compara el esfuerzo anterior contra el límite de fluencia. Si $n < 1$, hay falla.

Se puede despejar W_t usando el esfuerzo permisible para encontrar la potencia máxima permitida