

Resistencia de engranes con AGMA

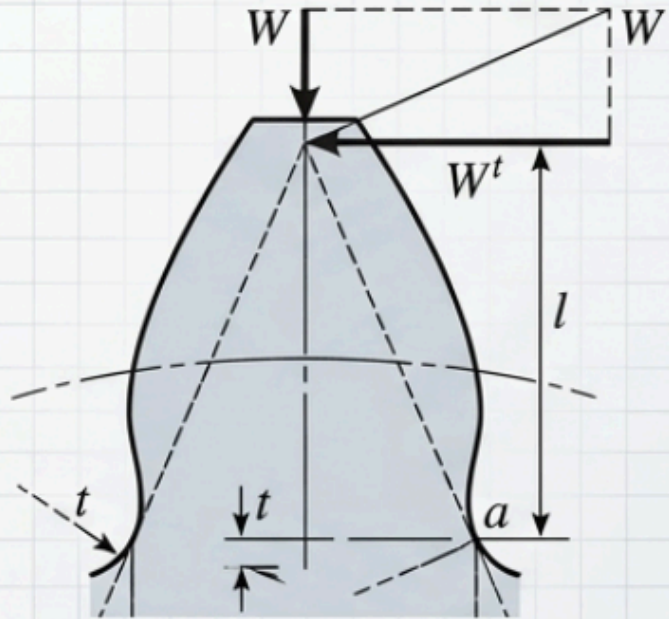
Profesor: Ing. Israel Chaves Arbaiza

Curso: Elementos de Máquinas II



El Paradigma del Diseño de Engranajes

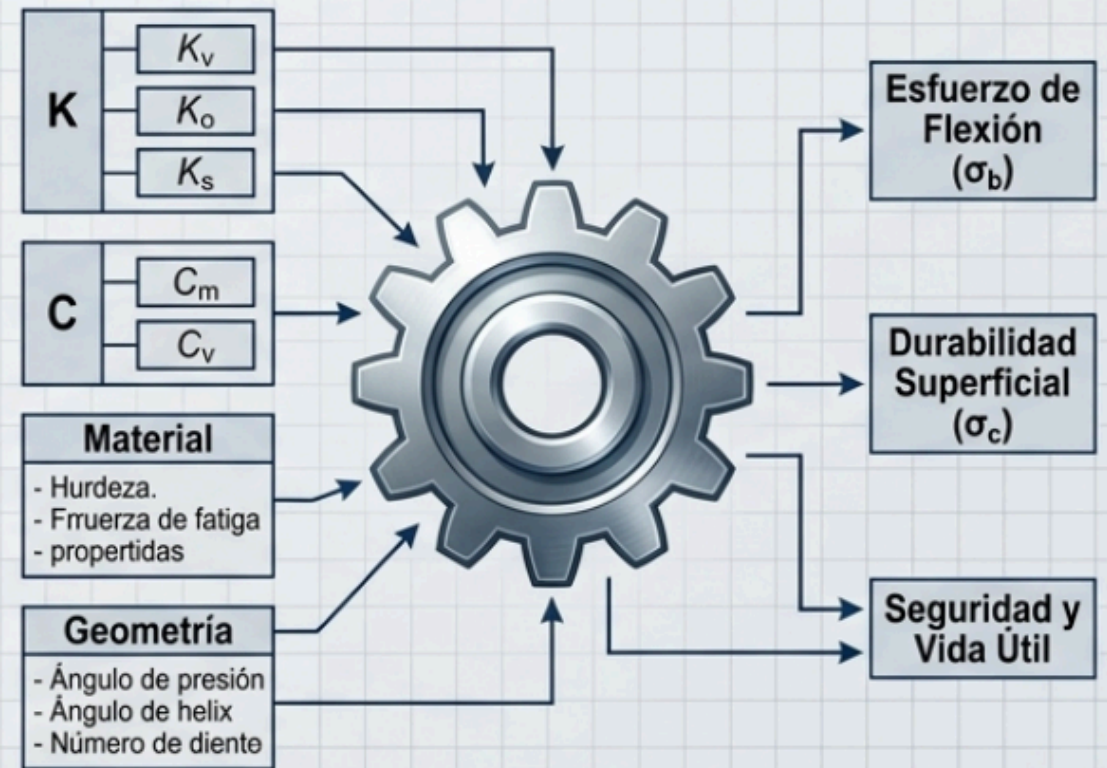
El Modelo de Lewis (1892)



$$\sigma = \frac{W_t \cdot P}{F \cdot Y}$$

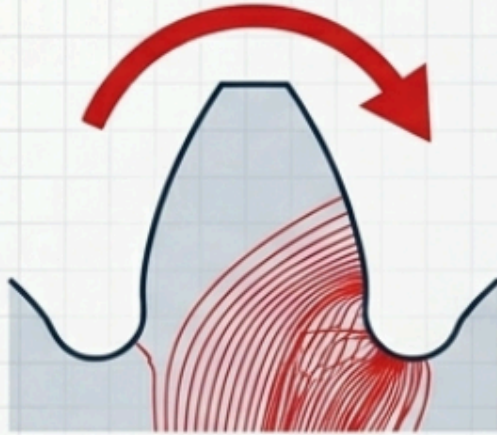
- **Fórmula teórica base:** Trata al diente como una viga estática simple.
- **Deficiencia:** Ignora vibraciones, concentración de esfuerzos, calidad de manufactura y distribución real de la carga.

El Estándar AGMA (American Gear Manufacturers Association)



- Metodología empírica robusta.
- Introduce múltiples engranajes matemáticos (Factores de corrección K y C).
- Evalúa no solo la ruptura (flexión), sino también la durabilidad superficial (picadura).

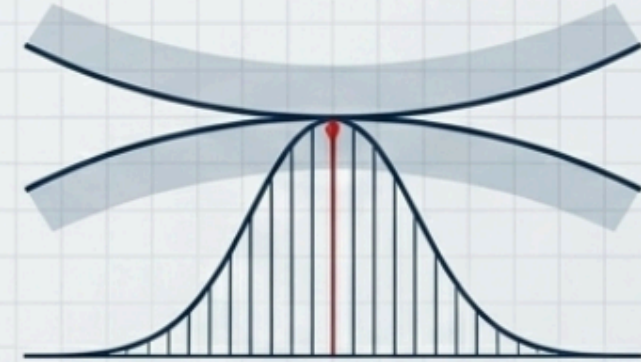
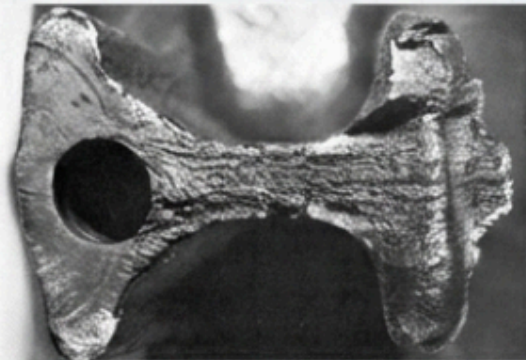
Anatomía de la Falla: Flexión vs. Picadura



1. Ruptura por Flexión

Las microgrietas se inician en la zona de máxima tensión (raíz del diente) tras millones de ciclos, propagándose hasta arrancar el diente.

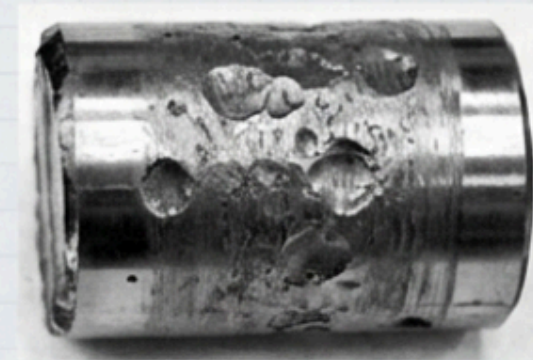
Resultado: Falla catastrófica instantánea.



2. Fatiga Superficial

Esfuerzos hertzianos extremos por el rodamiento y deslizamiento causan micro-desprendimientos de metal.

Resultado: Falla progresiva, cráteres que destruyen el perfil, aumentan ruido, vibración y calor.



Ecuación de Esfuerzo de Flexión (Modelo AGMA)

Multiplicadores Dinámicos (El Entorno)

K_o (Sobrecarga de la máquina), K_v (Factor dinámico por velocidad e imprecisión).

Carga Pura

W_t (Carga tangencial transmitida).

$$\sigma = W_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{P_d}{F} \cdot \frac{K_m \cdot K_B}{J}$$

Geometría Base

P_d (Paso diametral)
 F (Ancho de cara).

Modificadores Estructurales

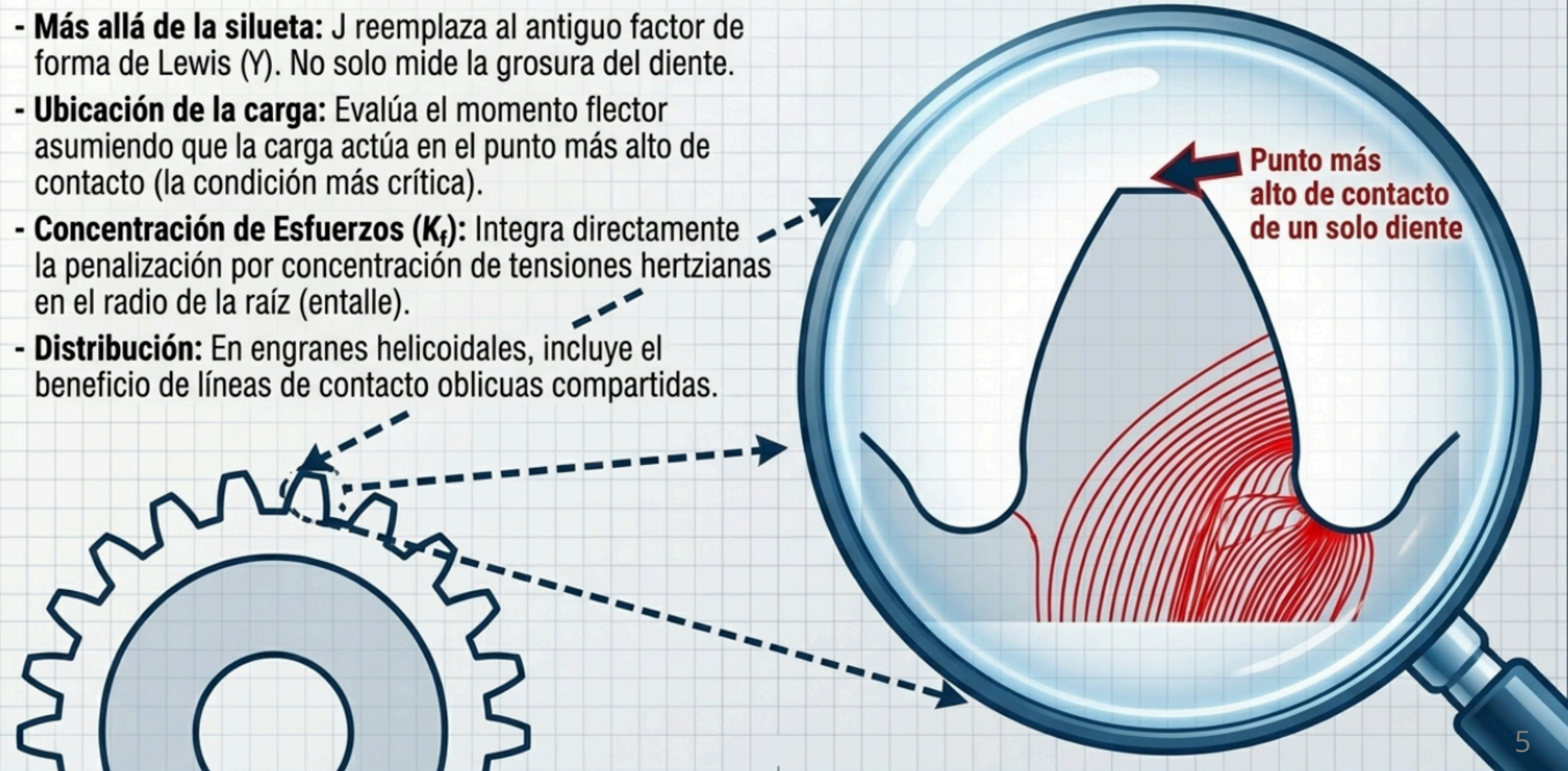
K_s (Factor de tamaño),
 K_m (Distribución de carga por desalineación).

Topología de la Raíz

K_B (Espesor del aro base),
 J (Factor geométrico de resistencia a flexión).

Análisis Geométrico: El Factor de Geometría J

- **Más allá de la silueta:** J reemplaza al antiguo factor de forma de Lewis (Y). No solo mide la grosura del diente.
- **Ubicación de la carga:** Evalúa el momento flector asumiendo que la carga actúa en el punto más alto de contacto (la condición más crítica).
- **Concentración de Esfuerzos (K_f):** Integra directamente la penalización por concentración de tensiones hertzianas en el radio de la raíz (entalle).
- **Distribución:** En engranes helicoidales, incluye el beneficio de líneas de contacto oblicuas compartidas.



Ecuación de Esfuerzo de Contacto (Modelo AGMA)

Materiales
 C_p (Coeficiente Elástico).
Condensa el Módulo de Young y
Ratio de Poisson de ambos
metales (piñón y corona).

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{K_m}{d_p \cdot F} \cdot \frac{C_f}{I}}$$

Textura
 C_f (Factor de Condición Superficial).
Penaliza acabados defectuosos o
rugosidades (usualmente = 1).

Geometría Superficial
 d_p (Diámetro de paso del piñón).
 I (Factor Geométrico). Evalúa
los radios de curvatura en el
punto de contacto hertziano.

Síntesis Central: El Campo de Batalla del Engrane



El Esfuerzo Inducido (σ y σ_c)

LA CARGA. Calculado por la geometría de la transmisión, el motor y las condiciones dinámicas de operación.
¿Cuánto sufre la pieza físicamente?

El Margen de Diseño
→ Factor de Seguridad



La Resistencia Permissible (S_t y S_c)

EL LÍMITE. Determinado por la metalurgia, el tratamiento térmico y las pruebas de laboratorio de la AGMA.
¿Cuánto puede tolerar el material?

Resistencias Permisibles AGMA: Los Límites del Material

Resistencia a la Flexión Permisible (σ_{all})

$$\sigma_{all} = \frac{S_t \cdot Y_N}{K_T \cdot K_R}$$

Base: S_t (Número de esfuerzo de flexión AGMA).

Extraído de tablas de materiales base para ruptura.

Resistencia al Contacto Permisible ($\sigma_{c,all}$)

$$\sigma_{c,all} = \frac{S_c \cdot Z_N \cdot C_H}{K_T \cdot K_R}$$

Resistencia a la flexión repetidamente aplicada S_t de engranes de hierro y bronce a 10^7 ciclos y confiabilidad de 0.99
Resistencia a la flexión Permisible
Fuente: ANSU/AGMA 2001-D04

Base	Flan.	Número de contacto ató.				
		S_t	Z_N	S_c	Z_N	S_c
10	10°	0.39	0.04	0.34	0.12	0.83
16	10°	0.27	0.195	0.16	0.29	0.89
20	10°	0.22	0.25	0.14	0.25	0.93
25	10°	0.18	0.32	0.12	0.22	0.86
30	10°	0.15	0.40	0.10	0.19	0.59
35	10°	0.13	0.48	0.09	0.17	0.08
40	10°	0.11	0.56	0.08	0.16	0.01
45	10°	0.10	0.64	0.07	0.15	0.58
50	10°	0.09	0.72	0.06	0.14	0.38
55	10°	0.08	0.80	0.05	0.13	0.54
60	10°	0.07	0.88	0.04	0.12	0.15
25	17°	0.33	1.20	0.35	1.18	1.18
40	17°	0.37	1.18	0.39	1.97	0.80
46	20°	0.39	1.50	0.55	1.90	0.35

Base: S_c (Número de esfuerzo de contacto AGMA). Límite hertziano contra picadura superficial.



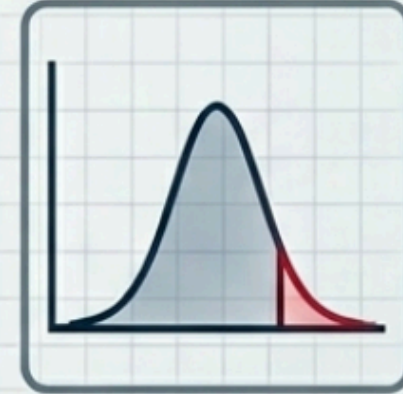
Nota: Los valores base (S_t , S_c) asumen condiciones de laboratorio ideales: vida útil de 10^7 ciclos, 99% de confiabilidad y temperatura ambiente.

Los Modificadores de Resistencia



Ciclos de Esfuerzo (Y_N, Z_N)

Ajusta la resistencia base si la meta de diseño difiere de los 10 millones de ciclos estándar. Vidas útiles más largas requieren una menor resistencia asimilada.



Confiabilidad (K_R)

Factor estadístico. Exigir un margen de seguridad de no-falla superior al 99% reduce artificialmente la capacidad permisible calculada.



Temperatura (K_T)

El acero pierde propiedades rápidamente por encima de los 120°C (250°F), requiriendo un de-rateo severo en aplicaciones de alta fricción o recintos cerrados.



Relación de Dureza (C_H)

Solo para picadura. Si un piñón es significativamente más duro que la corona, el metal duro pule al blando durante el rodaje, incrementando su capacidad.

Factores de Seguridad (El Veredicto Final)

Fractura (Flexión)

$$S_F = \frac{\sigma_{\text{all}}}{\sigma} = \frac{\text{Límite corregido del metal}}{\text{Esfuerzo mecánico medido}}$$

Desgaste (Picadura)

$$S_H = \frac{\sigma_{c,\text{all}}}{\sigma_c} = \frac{\text{Límite corregido de superficie}}{\text{Presión hertziana medida}}$$



Regla de Oro AGMA

Debido a que la ecuación de esfuerzo de contacto contiene una raíz cuadrada, sus factores escalan distinto. Para saber cuál modo de falla matará primero al sistema, siempre compare S_F contra $(S_H)^2$.

Metodología AGMA: Ruta de Cálculo de 5 Pasos

1. Geometría y Velocidad

1. Calcular diámetro de paso (d) y velocidad en la línea de paso (V).

2. Carga Transmitida

2. Convertir la Potencia de entrada (HP o kW) a Fuerza Transmitida (W_t).

3. Extracción Paramétrica

3. Recopilar factores geométricos (J, I), dinámicos (K_o, K_v, K_m) y de material (S_t, S_c).

4. Cálculo de Esfuerzos

4. Enfrentar los esfuerzos calculados (σ, σ_c) contra los límites permisibles corregidos

5. Veredicto de Diseño

5. Calcular factores S_F y S_H . Decidir si el diseño es seguro y dictaminar el modo de falla.

Caso de Estudio: Análisis de Transmisión (Shigley 14-4)

Input de Energía

Motor: 4 hp a 1800 rpm.
Carga: Uniforme.
Vida deseada: 10^8 ciclos.
Confiabilidad: 90%.

Misión de Ingeniería

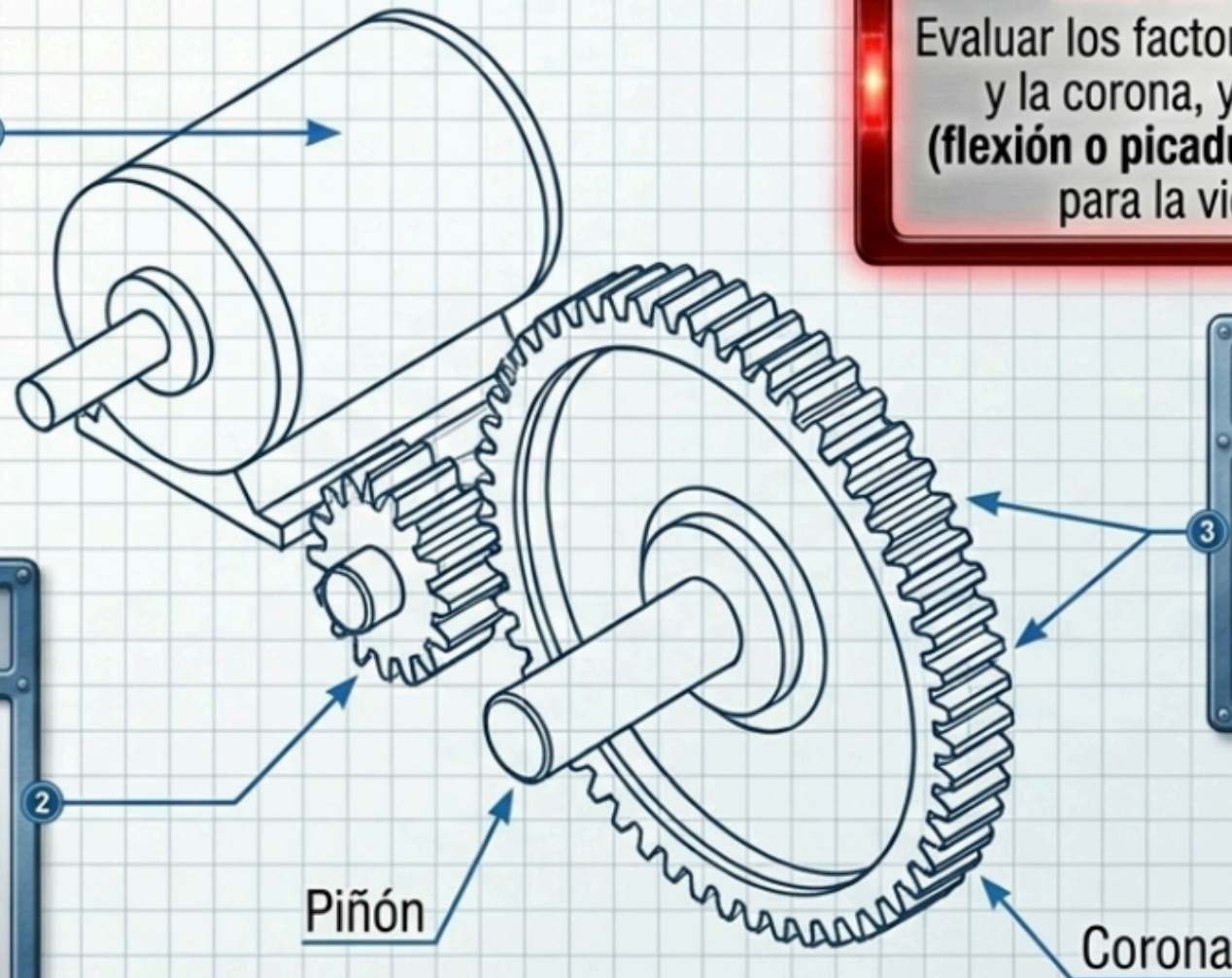
Evaluar los factores de seguridad del piñón y la corona, y determinar qué modo (**flexión o picadura**) es la mayor amenaza para la vida útil del sistema.

Datos del Material

Acero grado 1, núcleo endurecido.
Piñón: 240 Brinell.
Corona: 200 Brinell.

Datos del Engranaje

Piñón: 17 dientes.
Corona: 52 dientes.
Paso diametral (P_d): 10.
Ancho de cara (F): 1.5 pulg.
Calidad AGMA: 6.



Fase de Parametrización AGMA

Extracción de valores brutos para las ecuaciones principales.

Fuerzas y Geometría

Carga:
 $W_t = 164.8 \text{ lbf}$

Velocidad:
 $V = 801.1 \text{ pie/min}$

Factores J:
 $J_p = 0.30, J_G = 0.40$

Factor I:
 $I = 0.121$

Factores de Corrección (Dinámicos)

Sobrecarga:
 $K_o = 1.0$

Dinámico:
 $K_v = 1.377$

Distribución:
 $K_m = 1.22$

Tamaño:
 $K_{s,p} = 1.043$
 $K_{s,G} = 1.052$

Material y Entorno

Coef. Elástico:
 $C_p = 2300$

Fatiga (Ciclos):
 $Y_N = 0.97, Z_N = 0.948$

Confiabilidad:
 $K_R = 0.85$

Relación Dureza:
 $C_H = 1.005$

Resultados y Veredicto

Desempeño del Piñón



Flexión

$S_{F,P} = 5.73$ (Seguro)

Picadura

$S_{H,P} = 1.69$ (Riesgo)

Desempeño de la Corona



Flexión

$S_{F,G} = 6.82$ (Muy Seguro)

Picadura

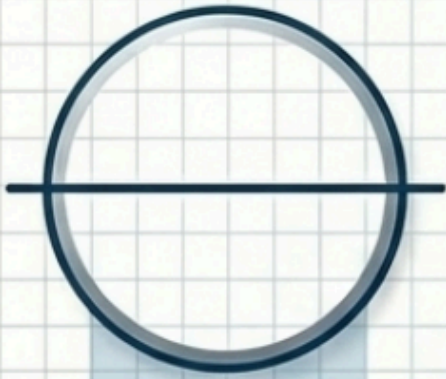
$S_{H,G} = 1.52$ (Crítico)

Aplicación de la Regla de Oro: Comparamos S_F contra $(S_H)^2$.

Piñón: 5.73 vs $(1.69)^2 = 2.86$. | Corona: 6.82 vs $(1.52)^2 = 2.31$.

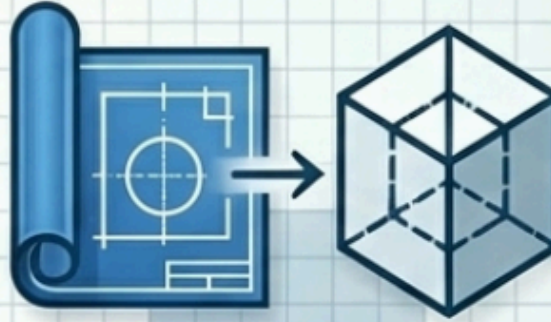
CONCLUSIÓN TÉCNICA: La amenaza absoluta del sistema es la degradación superficial (desgaste) en la corona. La superficie morirá mucho antes de que el diente se fracture.

Principios Maestros del Diseño AGMA



La Dualidad Indivisible

Todo análisis moderno requiere doble validación. Un diente excesivamente grueso puede resistir la fractura por flexión, pero sin la dureza superficial adecuada, terminará pulverizado por la picadura hertziana.



Del Papel al Mundo Real

AGMA convierte física teórica en realidad tangible. Sus ecuaciones no solo miden siluetas perfectas; auditan la calidad de manufactura, la vibración del motor y la rigidez microscópica del montaje.



El Paradigma del Acero

En transmisiones industriales de acero duro, el desgaste controla el diseño. Para incrementar capacidad, los tratamientos superficiales (carburiado, nitrurado) suelen ser mucho más económicos y efectivos que sobredimensionar la geometría del engranaje.