

Diseño de ejes contra fatiga en 1 o 2 planos

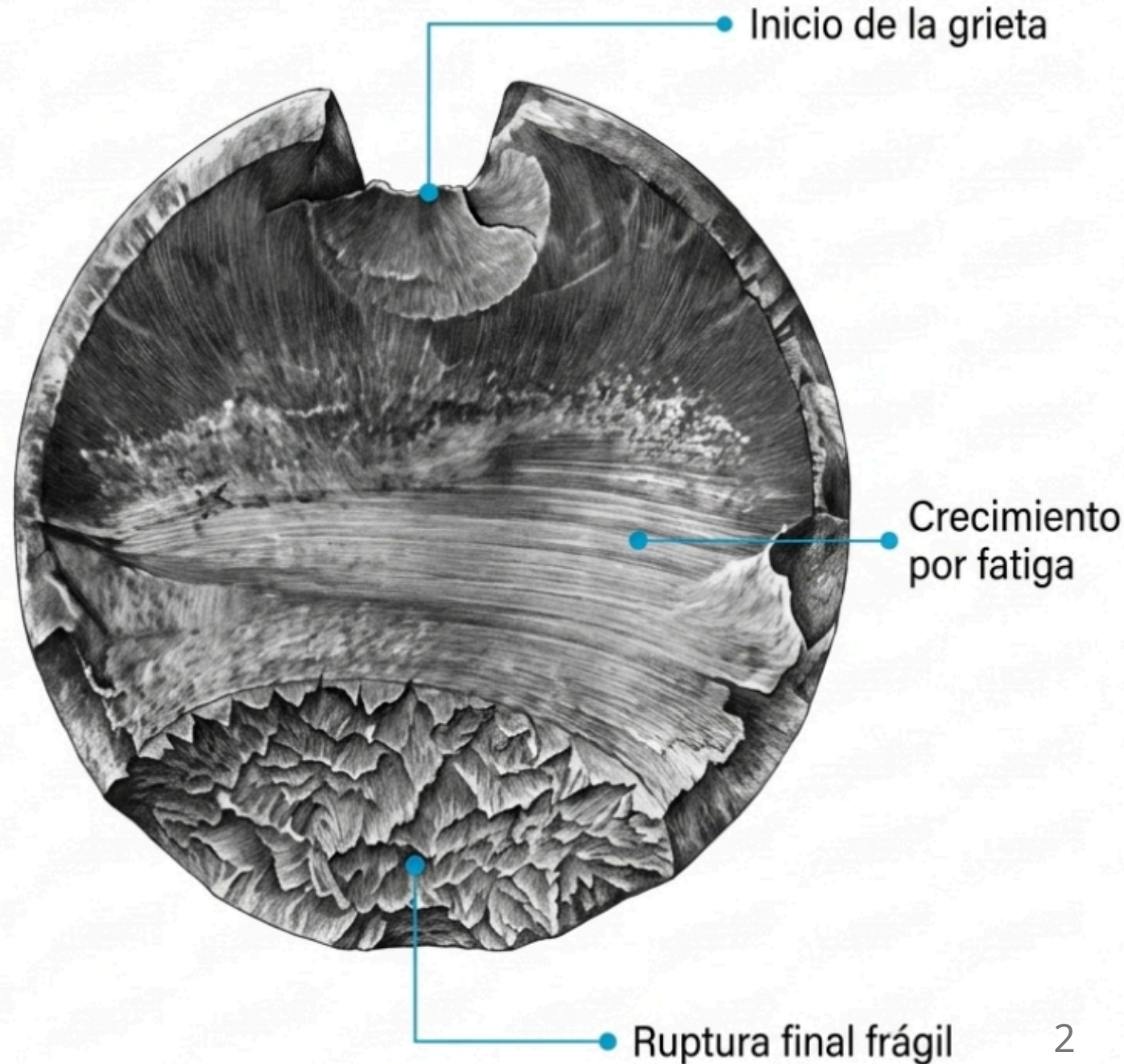
Profesor: Ing. Israel Chaves Arbaiza

Curso: Elementos de Máquinas II



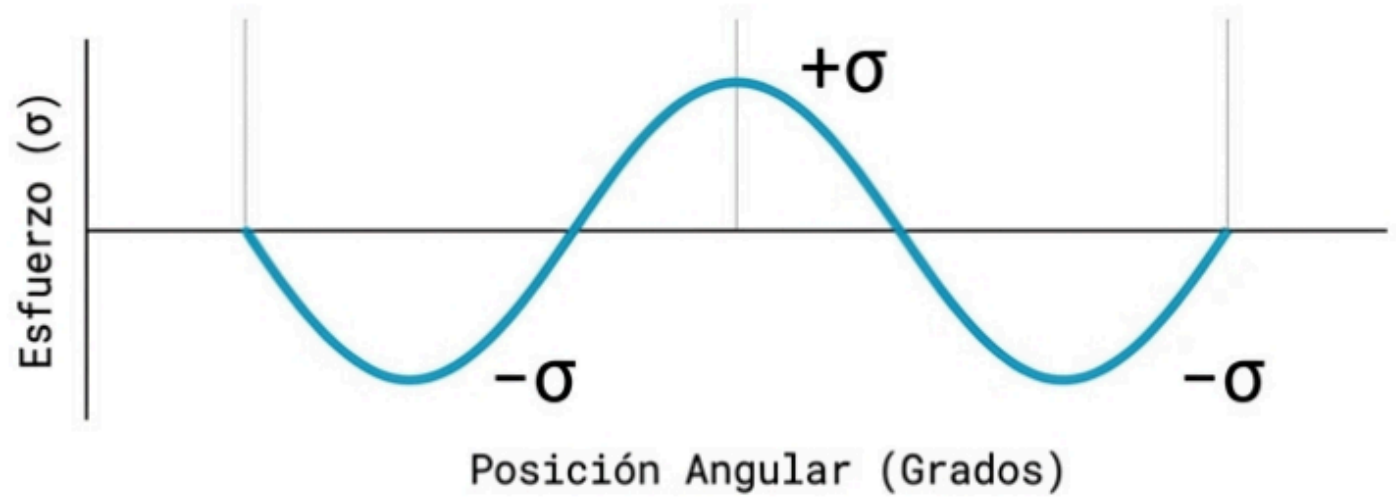
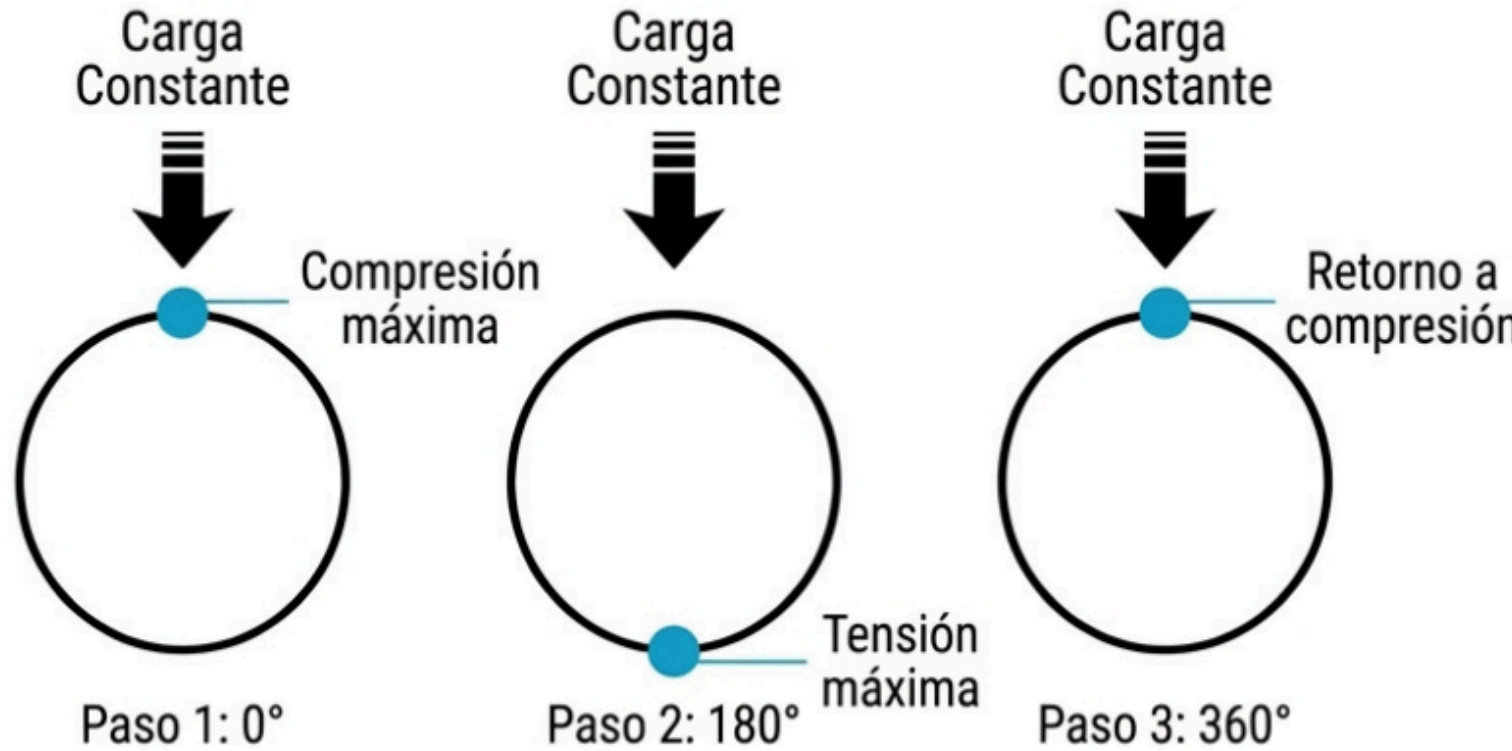
La Amenaza Oculta en Elementos Rotatorios

- Los ejes de transmisión rara vez fallan por fluencia estática inmediata.
- El modo de falla predominante es la fatiga originada por cargas repetidas o fluctuantes.
- La falla comienza en discontinuidades locales (muescas, cuñeros, cambios de diámetro) y se propaga microscópicamente.

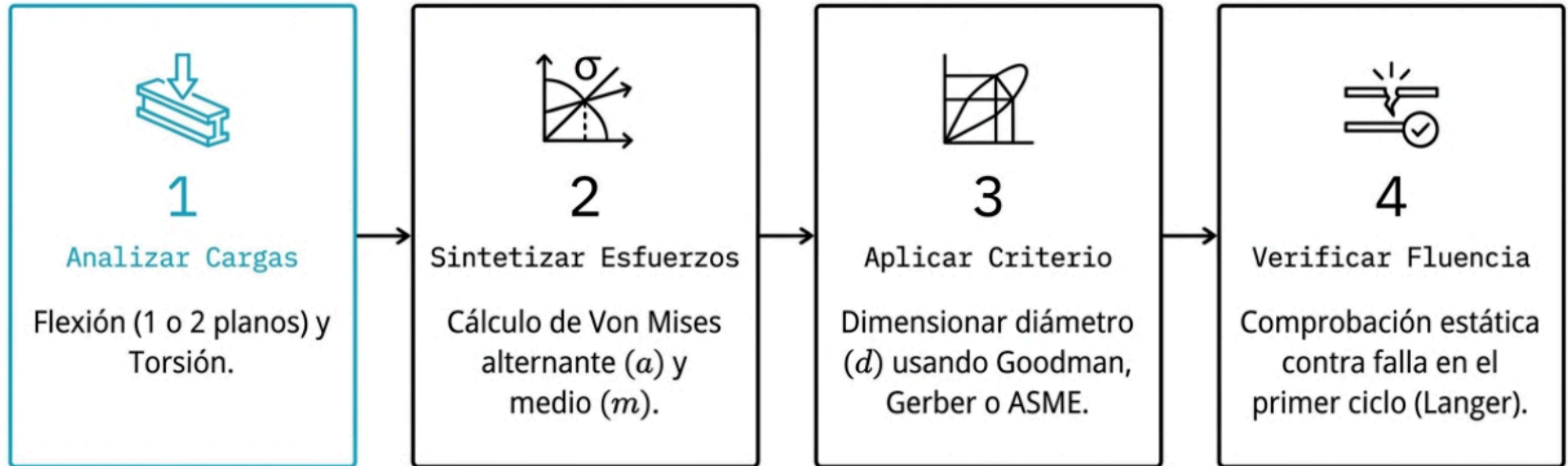


El Fenómeno Físico: Carga Estática sobre Eje Rotatorio

Una carga transversal constante genera esfuerzos completamente reversibles en la fibra de un eje que rota.

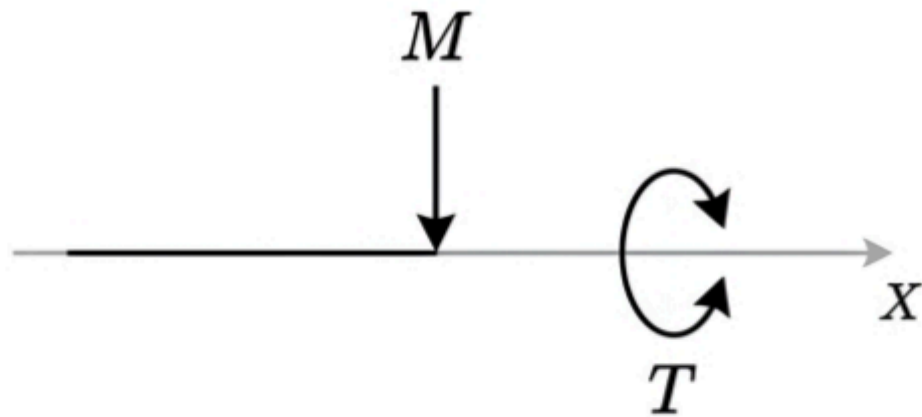


Metodología de Dimensionamiento



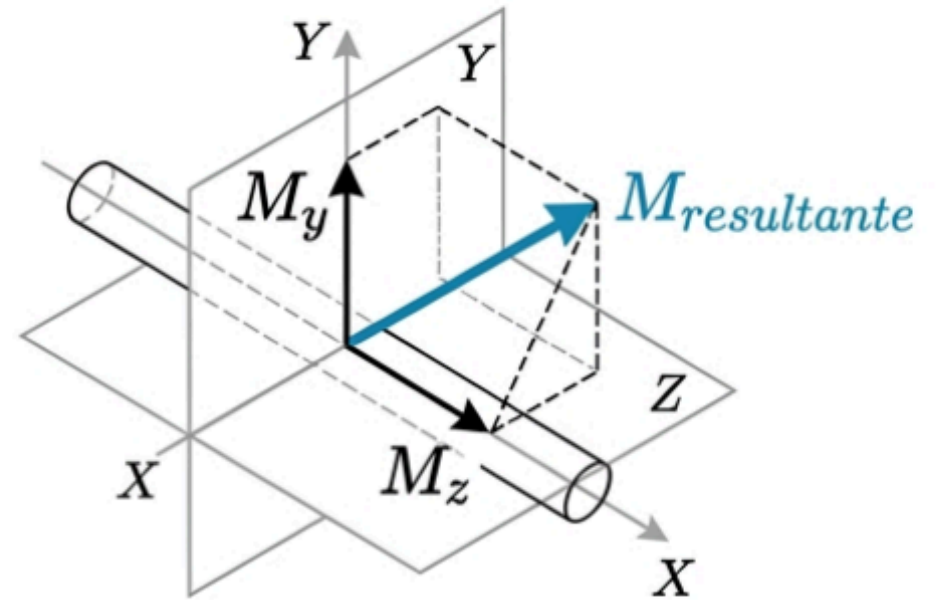
Paso 1: Mapeo de Cargas (Un Plano vs. Dos Planos)

Flexión Simple + Torsión Constante



$$M_a = M_{max}$$
$$T_m = T_{constante}$$

Superposición Vectorial



$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$$

El ángulo de fase de los momentos no importa porque el eje gira. Sumamos los momentos vectorialmente en el punto de interés.

Paso 2: Esfuerzos Equivalentes de Von Mises

Esfuerzo Alternante (Fluctuante)

$$\sigma'_a = \frac{16}{\pi d^3} \left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2 \right]^{1/2}$$

Concentrador de esfuerzo por fatiga (flexión)



Momento resultante (del Paso 1)

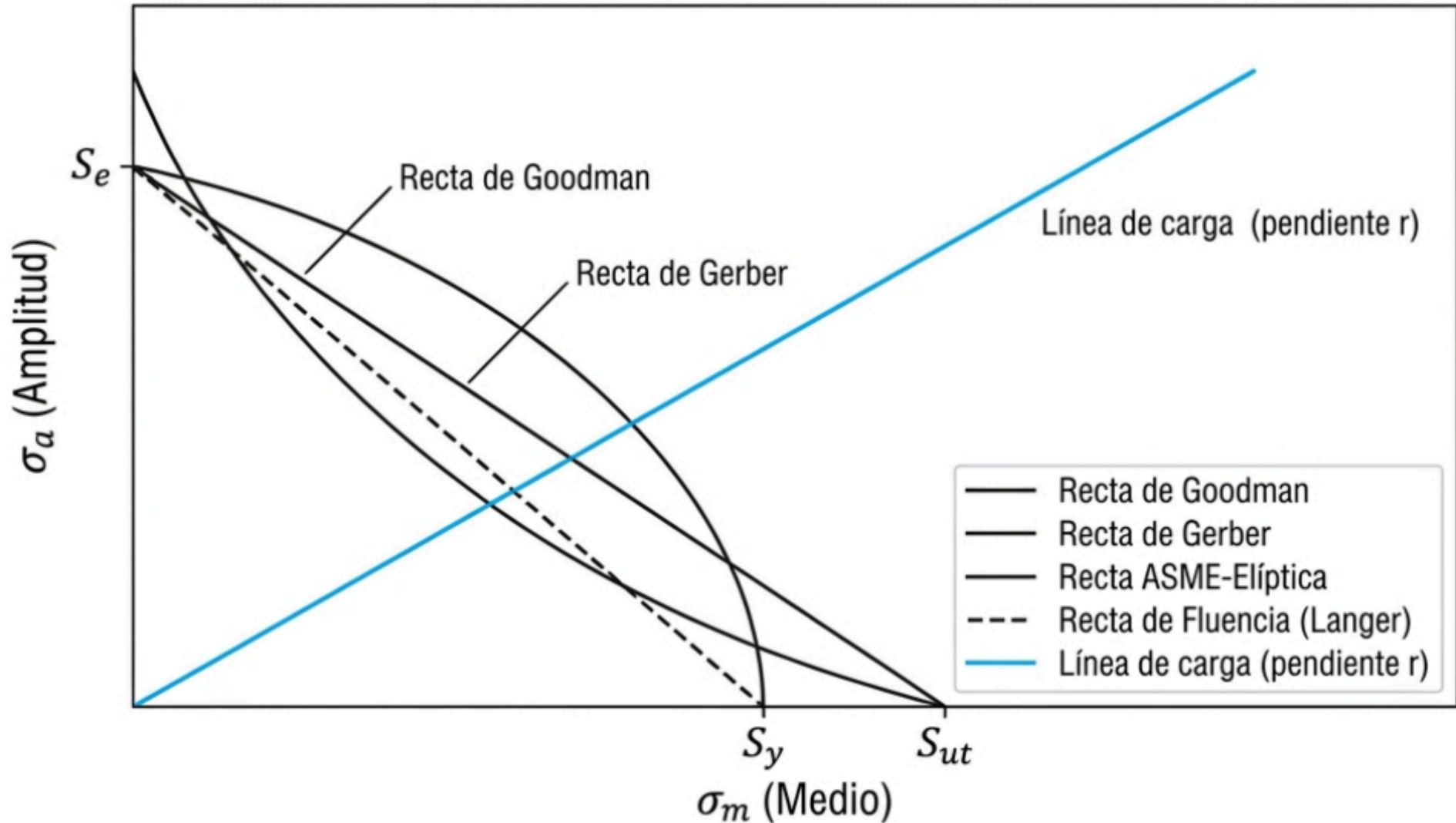
Esfuerzo Medio (Estable)

$$\sigma'_m = \frac{16}{\pi d^3} \left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2 \right]^{1/2}$$

Concentrador por fatiga (torsión)

Torque medio estable ⁶

Paso 3: El Panorama de los Criterios de Falla



Criterio 1: Teoría DE-Goodman

El Estándar Conservador

Naturaleza:

Lineal.

Uso típico:

Diseño inicial por su simplicidad analítica y alta seguridad.

Limitación:

Tiende a sobredimensionar el eje; no protege inherentemente contra fluencia.

$$d = \left(\frac{16n}{\pi} \left\{ \underbrace{\frac{1}{S_e} [4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2]^{1/2}}_{\text{Término de Fatiga (S}_e\text{)}} + \frac{1}{S_{ut}} \underbrace{[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2]^{1/2}}_{\text{Término de Resistencia Estática (S}_{ut}\text{)}} \right\} \right)^{1/3}$$

Criterio 2: Teoría DE-Gerber

El Ajuste Empírico Parabólico

Metadata

Naturaleza: Parabólica.

Uso típico: Representa mejor los datos experimentales reales de falla. Menos conservador que Goodman.

Limitación: Computacionalmente más denso; requiere verificación estática externa.

Equation Architecture

$$d = \left(\frac{8nA}{\pi S_e} \left\{ 1 + \left[1 + \left(\frac{2BS_e}{AS_{ut}} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \right)^{1/3}$$

Sustituciones

$$A = \sqrt{4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2}$$

Componentes Alternantes

$$B = \sqrt{4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2}$$

Componentes Medias

Criterio 3: Teoría DE-ASME Elíptico

El Equilibrio Estándar (Norma ANSI/ASME)

Naturaleza:
Elíptica.

Uso típico:
Muy utilizado en
estandarización de
árboles de transmisión.

Ventaja:
Toma en cuenta la
fluencia estática
directamente al incorporar
el límite elástico.

Equation Architecture

$$d = \left\{ \frac{16n}{\pi} \left[4 \left(\frac{K_f M_a}{S_e} \right)^2 + 3 \left(\frac{K_{fs} T_a}{S_e} \right)^2 + 4 \left(\frac{K_f M_m}{S_y} \right)^2 + 3 \left(\frac{K_{fs} T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$

Diferencia Clave: Utiliza el esfuerzo de fluencia (S_y) en lugar de la resistencia última (S_{ut}).

Matriz de Decisión: ¿Qué Criterio Utilizar?

¿Qué Criterio Utilizar?

Criterio	Conservadurismo	Límite Medio	Previene Fluencia	
DE-Goodman	Muy Alto	S_{ut} (Tensión última)	No	⚠
DE-Gerber	Medio (Ajuste empírico)	S_{ut}	No	⚠
DE-ASME Elíptico	Alto (Norma industrial)	S_y (Fluencia)	Sí, parcialmente	✓

Termómetro de Conservadurismo

Menos Conservador
(Ejes más delgados)

Equilibrado

Más Conservador
(Ejes más gruesos)



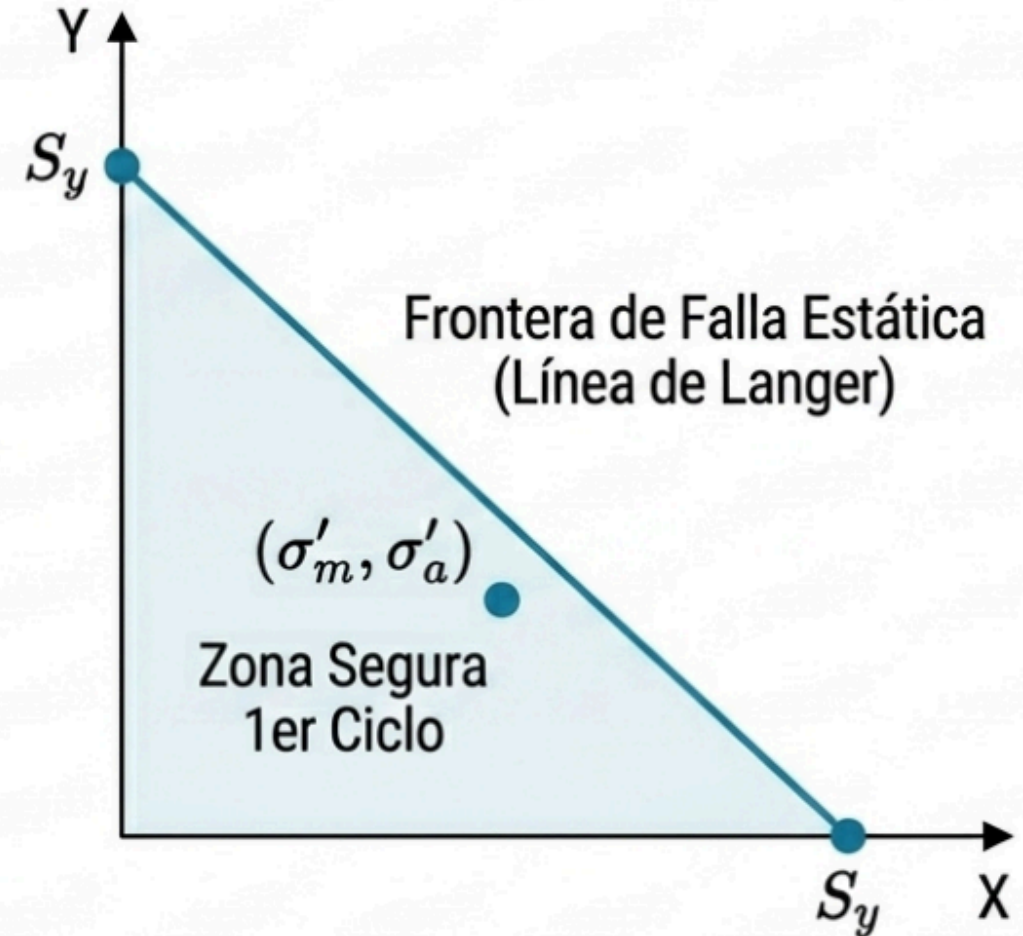
Paso 4: Verificación Vital (Fluencia Estática)

Criterio de Langer: ¿Sobrevivirá el primer ciclo?

- Goodman y Gerber garantizan vida infinita contra fatiga, pero no garantizan que el eje no se doble permanentemente al arrancar el motor bajo carga máxima.
- Se debe comprobar el esfuerzo máximo de Von Mises contra la resistencia a la fluencia (S_y).

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma_{max}}$$

$$\text{Donde: } \sigma_{max} \approx \sigma'_a + \sigma'_m$$



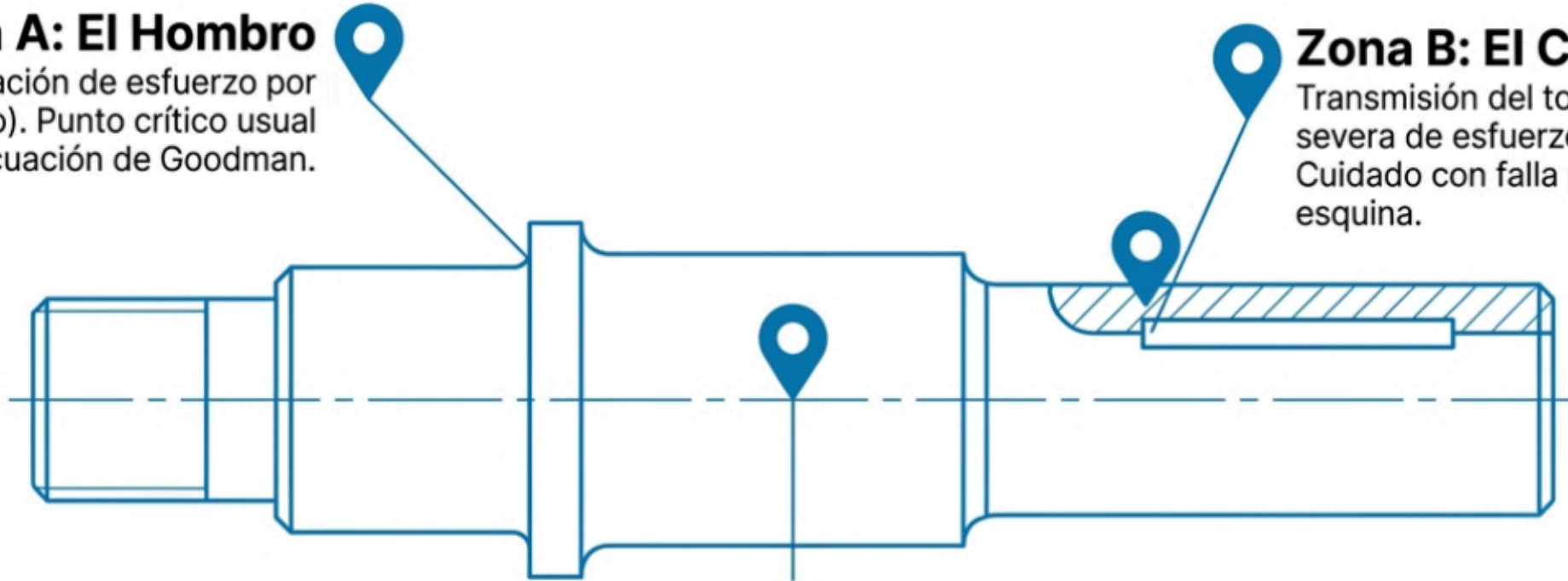
Aplicación Práctica: Anatomía del Esfuerzo Localizado

Zona A: El Hombro

Alta concentración de esfuerzo por flexión (K_f alto). Punto crítico usual para la Ecuación de Goodman.

Zona B: El Cuñero

Transmisión del torque. Concentración severa de esfuerzo torsional (K_{fs}). Cuidado con falla por fatiga en la esquina.

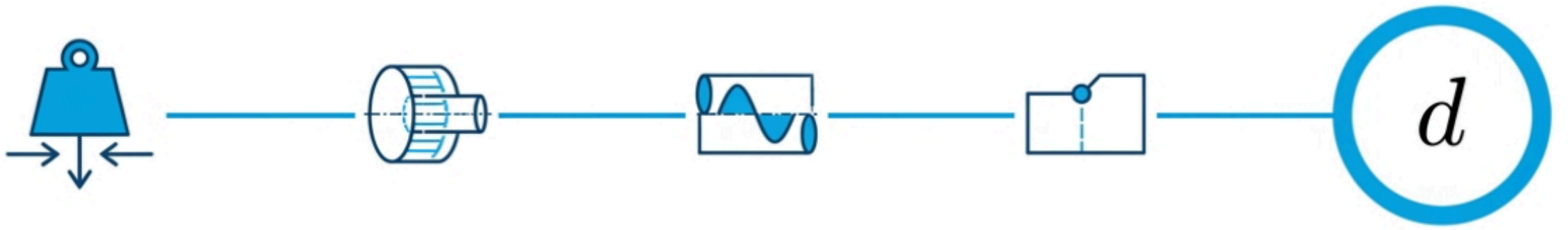


Zona C: Centro liso

Máximo momento flector general, pero $K_f \approx 1$. A menudo menos crítico que el hombro a pesar de las cargas.

Conclusión: No se diseña todo el eje con una sola fórmula, sino iterativamente en los puntos críticos locales.

El Eje Dimensionado



El diseño confiable contra la fatiga no es la aplicación ciega de una fórmula. Es la síntesis geométrica de cargas transversales y rotatorias (Von Mises), evaluadas frente al conservadurismo requerido (Goodman, Gerber o ASME), y blindadas contra la deformación del primer ciclo (Langer).